



## Relatório Final

Título do projeto de pesquisa: Estudo da Estabilidade em Voo de um Alvo Aéreo  
Rebocado por uma Aeronave Mãe

Bolsista: Luis Fernando Marcondes Garzon Lama –  
UNESP/FEG

Orientador(a): 1º Ten Eng Guilherme Felipe Reis Duarte – ASD

Período a que se refere o relatório: Agosto 2013 a janeiro 2014

### Resumo

Com a necessidade de aperfeiçoar a precisão de armamentos aéreos, é necessário realizar ensaios de tiros contra alvos em movimento. Este trabalho consistiu no estudo da estabilidade de um alvo aéreo rebocado próximo a uma aeronave em um plano longitudinal. Para isso, foram deduzidas as equações do movimento de um corpo sendo rebocado por meio de um cabo utilizando um modelo de três graus de liberdade (horizontal, vertical e ângulo de arfagem), tendo como hipóteses: a aeronave está suficientemente distante do alvo de forma a não influenciar no escoamento sobre o corpo; a massa do alvo é muito menor que a da aeronave, de tal forma a não interferir no voo desta última. Em seguida, foram discutidas as condições para a estabilidade do alvo e de equilíbrio do corpo. Por fim, foi estudou-se o comportamento dinâmico do alvo aéreo, resolvendo numericamente as equações do movimento.

### 1. Introdução

O desenvolvimento tecnológico de um país está em grande parte relacionado às pesquisas bélicas, além de estas implicarem em diversos outros fatores geopolíticos tais como a capacidade de uma nação manter sua integridade territorial e a influência nas relações internacionais. Assim a Aeronáutica tem um grande peso quando o assunto é desenvolvimento militar, desta forma é relevante criar armamentos aéreos precisos. Para tanto, faz-se necessário desenvolver um alvo aéreo para ser utilizado em ensaios em voo na certificação de mísseis. Este trabalho se propõe a analisar o comportamento deste último quando rebocado por uma aeronave.

O sistema estudado é composto por um alvo aéreo rebocado por uma aeronave de massa muito maior. O estudo concentra-se no alvo e suas condições de estabilidade, analisando o comportamento deste de acordo com o ângulo de ataque e arfagem, sua velocidade em relação ao ar, a posição do cabo de reboque, etc.



**Figura 1 – Exemplo de Sistema Alvo Aéreo sendo estudado neste trabalho. (Fonte: Air Affairs Australia, [www.airaffairs.com.au/target\\_towing.html](http://www.airaffairs.com.au/target_towing.html))**

## 1.1 Objetivos

- Desenvolver um modelo matemático que represente o voo de um alvo aéreo rebocado por uma aeronave mãe;
- A partir do modelo matemático, encontrar as equações que regem a posição de equilíbrio do referido alvo;
- Estudar os fatores que influenciam a posição de equilíbrio e a estabilidade do alvo aéreo.
- Investigar como os parâmetros de voo interferem o comportamento dinâmico do alvo aéreo.

## 2. Materiais e Métodos

Neste trabalho, foram utilizadas literaturas na área de Aerodinâmica e de Atmosfera Padrão. Foram também utilizados os *softwares* MISSILE DATCOM e MATLAB para o cálculo dos resultados.

## 3. Resultados

### 3.1 Hipóteses

As hipóteses consideradas foram as mesmas do trabalho anterior (LAMA, 2013); sendo listadas a seguir:

1. Alvo não sobre influência aerodinâmica da aeronave mãe;
2. Influência aerodinâmica sobre o cabo é desprezada;
3. A Terra é considerada como um referencial inercial;
4. A atmosfera segue o padrão ISA (*International Standard Atmosphere*) (AULD e SRINIVAS, [200?]; SCHMAEDECKE et al, 2013).
5. No cálculo do momento de inércia consideramos o alvo aéreo como uma barra delgada

### 3.2 Modelo Matemático

No último trabalho, já foi feita a demonstração das equações que regem a dinâmica do voo de um alvo rebocado por aeronave (LAMA, 2013). As equações diferenciais são reproduzidas a seguir:

$$m\ddot{x} = -D \cos \gamma - T \frac{x}{d} - L \sin \gamma \quad (1)$$

$$m\ddot{z} = -T \cdot \frac{z}{d} - L \cos \gamma + D \sin \gamma + P \quad (2)$$

$$I_{yy} \cdot \ddot{\theta} = M_{\text{aer}} + T \cdot X_c \cdot \sin(\alpha - \theta) \quad (3)$$

Na condição de equilíbrio, as equações tomam a seguinte forma:

$$0 = -D - T \frac{x}{d} \quad (4)$$

$$0 = -T \frac{z}{d} - L + P \quad (5)$$

$$0 = M_{\text{aer}} + T \cdot X_c \cdot \sin(\alpha - \theta) \quad (6)$$

Sendo  $x$  e  $z$  as distâncias horizontal e vertical do ponto de fixação do cabo medidos a partir da aeronave, conforme Figura 2;  $D$  o arrasto aerodinâmico;  $T$  a tensão no cabo;  $L$  a sustentação;  $P$  o peso do alvo,  $M_{\text{aer}}$  o momento aerodinâmico;  $X_c$  a distância entre o Centro de Gravidade do Alvo (CG) e o ponto de fixação do cabo;  $d$  a distância do alvo a aeronave mãe;  $a$  o ângulo entre a força de tensão e a horizontal; e  $\theta$  é o ângulo de arfagem do alvo.

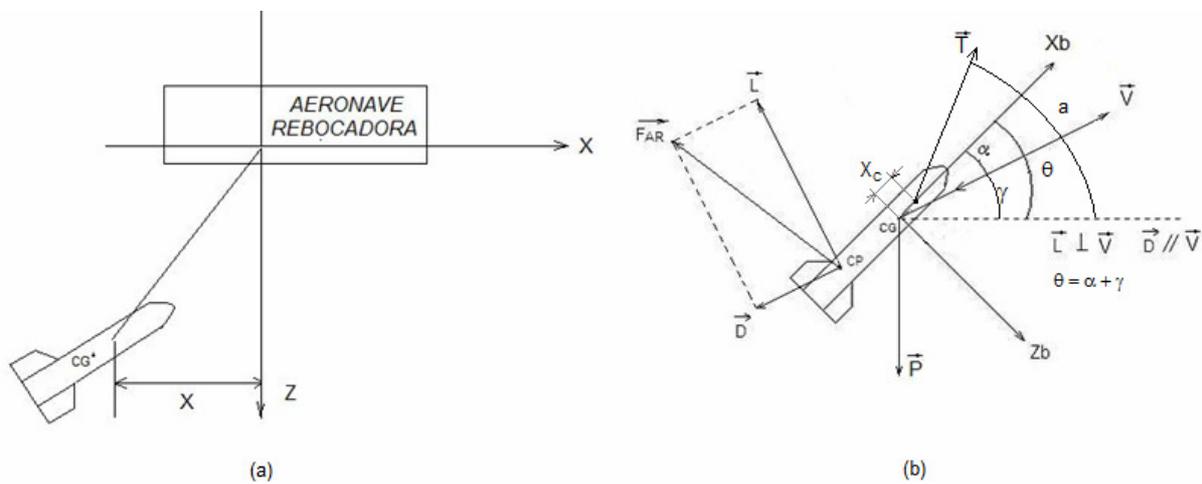
As equações (4), (5) e (6) podem ser expandidas de forma a ficarem apenas em função de  $x$ ,  $z$  e  $\theta$ :

$$-\frac{C_D \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_{ref}}{2} - T \frac{x}{d} = 0$$

$$-\frac{T \cdot z}{d} - \frac{C_L \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_{ref}}{2} + m \cdot g = 0$$

$$\frac{C_M \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_{ref} \cdot l_{ref}}{2} + T \cdot X_c \cdot \sin \left[ \arcsin \left( \frac{x}{d} \right) - \theta \right] = 0$$

Sendo:  $d = \sqrt{z^2 + x^2}$ ,  $T = \frac{S_{corda} E \cdot (d - l_{corda})}{l_{corda}}$ ,  $S_{corda}$  é a área da seção transversal do cabo;  $l_{corda}$  é o comprimento do cabo; e  $E$  é o módulo de Young do material do cabo.

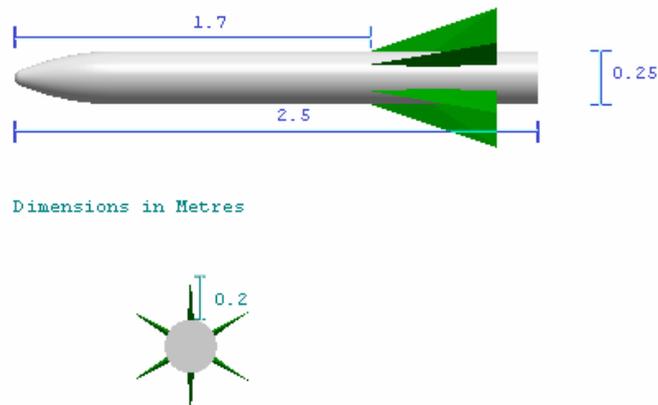


**Figura 2:** (a) Sistemas de eixos utilizados na dedução das equações; (b) Diagrama de Forças.

$X_b$  é o eixo de simetria do alvo aéreo.

### 3.3 Características Físicas e Aerodinâmicas do Alvo

O alvo utilizado como parâmetro neste estudo foi o TRX-11, do conjunto de alvos “HUTTS”, fabricado pela empresa Hayes International Corporation. (HAYES, [199-?] e LUCAS et al, 1992)



**Figura 2- Dimensões do alvo considerado nas simulações.**

Posição do CG:  $X_{cg} = 1\text{m}$  em relação ao bico

Massa do alvo: 30kg

Velocidade de operação: entre 128,61 m/s e 231,5 m/s.

Os coeficientes aerodinâmicos foram obtidos a partir do software MISSILE DATCOM (BLAKE,1998). Esses dados foram exibidos na Tabela 1.

Tabela 1: Valores de  $C_L$ ,  $C_D$  e  $C_M$  conforme o ângulo de ataque.

Ângulo de Ataque (graus)	$C_L$	$C_D$	$C_M$
0	0,00	0,30	0,00
2	0,53	0,32	-1,74
4	1,13	0,38	-3,73
6	1,75	0,48	-5,80
8	2,40	0,64	-7,97
10	3,07	0,84	-10,22
12	3,74	1,09	-12,52
14	4,40	1,39	-14,80

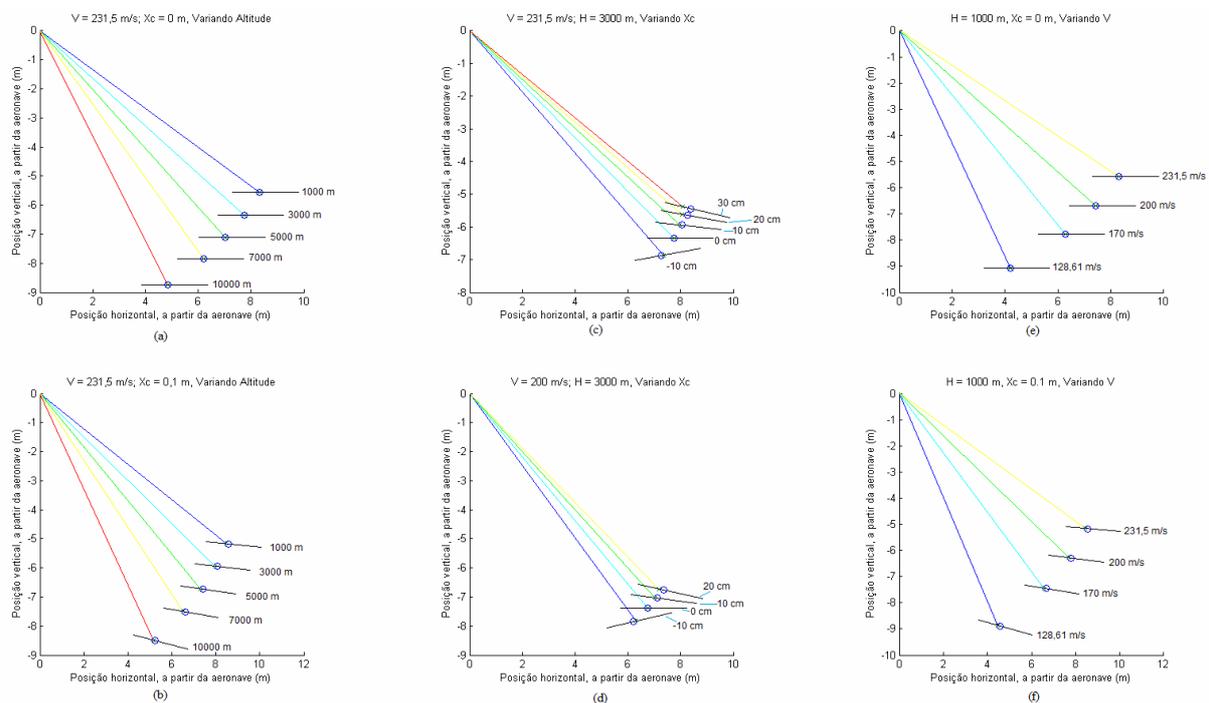
Considerou-se que o alvo está preso à aeronave por um cabo de aço de 10m de comprimento, 4 mm de diâmetro e cujo Módulo de Young (E) longitudinal vale 210 GPa (valor para o aço; UNICAMP, [201-?]).

O momento de inércia do alvo foi calculado através fórmula  $\frac{ML^3}{12}$ , aproximando para uma barra delgada, cujo valor foi 15,625 kg.m<sup>2</sup>.

### 3.4 Análises

#### 3.4.1 Condição de Equilíbrio do Alvo Aéreo

Considerando as equações (4), (5) e (6), foi feito no MATLAB 7.6.0 um programa que resolve as equações de equilíbrio, isto é, calcula as posições X e Z do alvo, bem como seu ângulo  $\theta$  na condição de equilíbrio, utilizando a função **fsolve**. A Figura 3 mostra os resultados encontrados. (a) e (b) mostram o efeito da variação de altitude; (c) e (d), o efeito da posição X<sub>c</sub>; e (e) e (f), o efeito da velocidade de voo.



**Figura 3** - Gráficos das posições de equilíbrio do alvo em relação a aeronave mãe, comparando diferentes condições de voo. A aeronave está localizada na origem.

Ao analisar as posições do alvo, nota-se que para altitudes mais baixas, os valores de Z e X aumentam. Isso ocorre porque em uma altura menor temos uma maior densidade do ar e

consequentemente menor arrasto. Dessa forma, para equilibrar esse aumento de arrasto, a tração do cabo se inclina mais pra frente, o que desloca a posição de equilíbrio do alvo mais pra trás. O mesmo ocorre elevando a velocidade, pois o arrasto também aumenta, causando um efeito análogo.

Observou-se tamb que o alvo se torna mais estável ao aumentar a velocidade, já que isso provoca um aumento no momento aerodinâmico, permitindo que o alvo produza um mesmo momento aerodinâmico com uma inclinação menor.

Percebeu-se ainda que, que quando  $X_c$  é igual a 0 (cabo preso no CG), o alvo não possui inclinação na posição de equilíbrio, como era esperado. Da mesma forma, ao variarmos o  $X_c$  o alvo encontra uma posição de estabilidade com valores de  $\theta$  diferentes de 0, aumentando conforme aumenta o  $X_c$ . Vale ressaltar que foi considerado que quando este ângulo ultrapassa o ângulo crítico de  $14^\circ$ , o alvo a sustentação deixa de ser linear e o alvo entra em estol antes de se equilibrar, não tendo assim posição de equilíbrio. Isso aconteceu para alguns dos casos simulados, como por exemplo  $V = 200$  m/s,  $H = 3000$  m,  $X_c = 0.3$  m; motivo pelo qual este caso não foi representado na Figura 3 (d).

Dessa forma, a fim de tornar o alvo mais estável, pode-se tentar aumentar a Margem Estática, assim entendido como a distância entre o CP (Centro de Pressão) e o CG. Dessa forma, a Força Aerodinâmica terá um braço de momento maior, resultando num maior  $M_{aer}$  para um mesmo  $\theta$ . Para fazer isso, podem-se aumentar as empenas, deslocá-las mais para trás, colocar um lastro ou concentrar todos os dispositivos contidos no alvo o mais para frente possível. Outra forma de melhorar a estabilidade do alvo seria aumentar  $S_{ref}$  e  $l_{ref}$ ; isso, no entanto implicaria em um alvo maior e portanto mais pesado. Assim devemos levar em consideração um equilíbrio entre tamanho do alvo e a limitação de seu peso.

### 3.4.2 Comportamento Dinâmico do Alvo

Para estudar o comportamento dinâmico do alvo (fora do equilíbrio), construiu-se um programa no MATLAB 7.6.0 que resolve as equações diferenciais (1) (2) e (3) e que fornece os valores de  $X$ ,  $Z$ ,  $\theta$ ,  $V_x$ ,  $V_z$ ,  $\omega$ , utilizando a função ODE45 (Método de Runge-Kutta de quarta ordem).

A Tabela 2 lista as diferentes condições de voo que foram simuladas utilizando o referido programa. Em todos os casos, a posição inicial do alvo aéreo foi a seguinte:

$$X_0 = 0 \text{ m}$$

$$Z_0 = 10 \text{ m} \quad (10 \text{ m abaixo da aeronave})$$

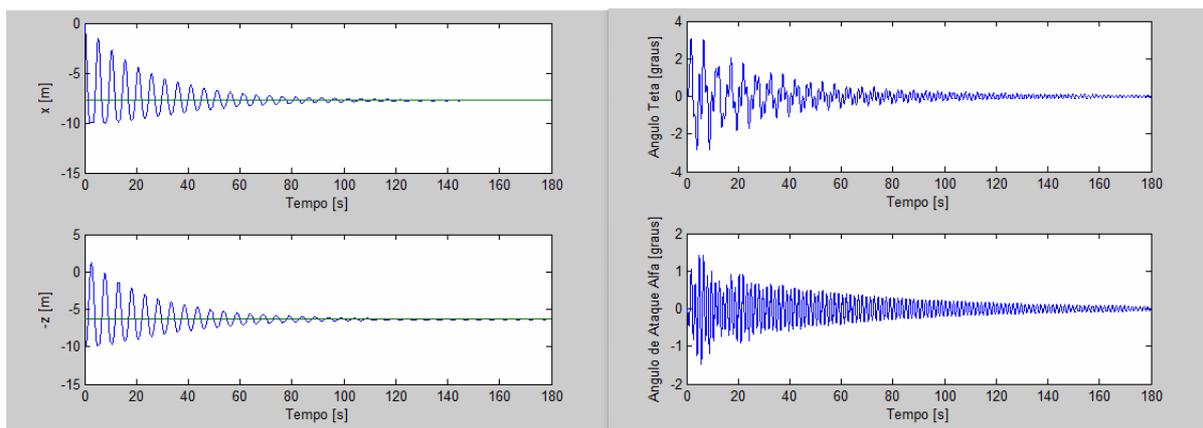
$$\theta_0 = 0^\circ$$

Tempo de simulação: 180 segundos

Tabela 2: Lista das diferentes condições de voo utilizadas nas simulações.

Condição de Voo	H (m)	Xc (cm)	V <sub>anv</sub> (m/s)	Finalidade
1	3000	0	231,50	Referência
2	3000	0	128,61	Influência da velocidade
3	3000	30	231,50	Influência de X <sub>c</sub>
4	3000	10	128,61	Influência de X <sub>c</sub> + velocidade
5	10000	10	231,50	Influência da altitude

### 3.4.2.1 Resultados – Condição 1

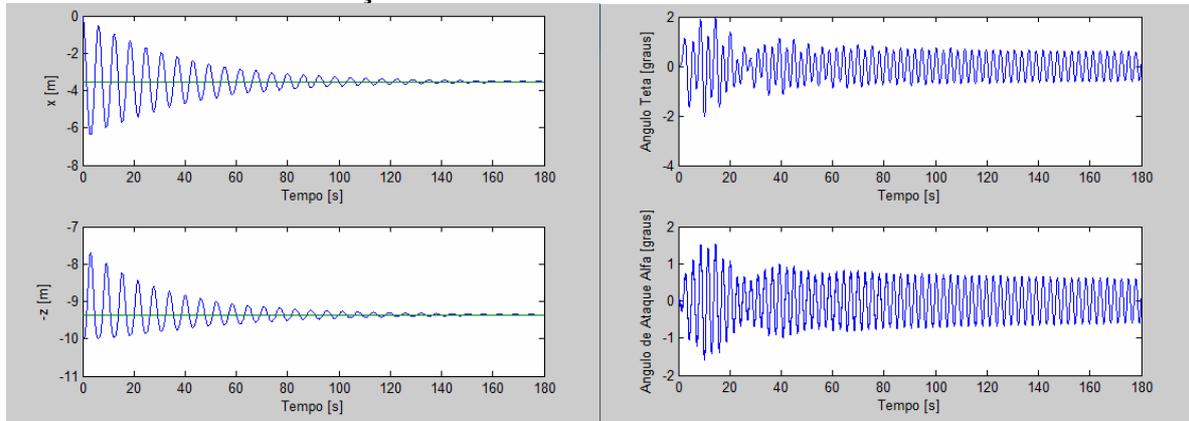


**Figura 4** – Variação das posições do X e -Z alvo, bem como dos ângulos de arfagem ( $\theta$ ) e de ataque ( $\alpha$ ) ao longo do tempo na Condição 1.

Dados obtidos:

- Tempo para estabilização da posição do alvo (X e Z): aprox. 100 s
- Tempo para estabilização dos ângulos de arfagem e de ataque ( $\theta$  e  $\alpha$ ): aprox. 160 s
- Ângulos  $\theta$  e  $\alpha$  de pico: aprox.  $3^\circ$  e  $1,5^\circ$ , respectivamente.

### 3.4.2.2 Resultados – Condição 2

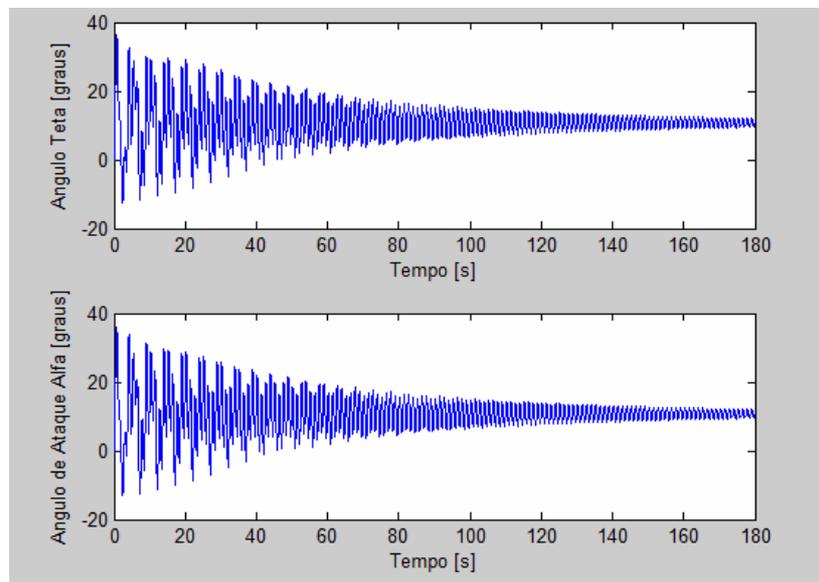


**Figura 5** – Variação das posições do X e -Z alvo, bem como dos ângulos de arfagem ( $\theta$ ) e de ataque ( $\alpha$ ) ao longo do tempo na Condição 2.

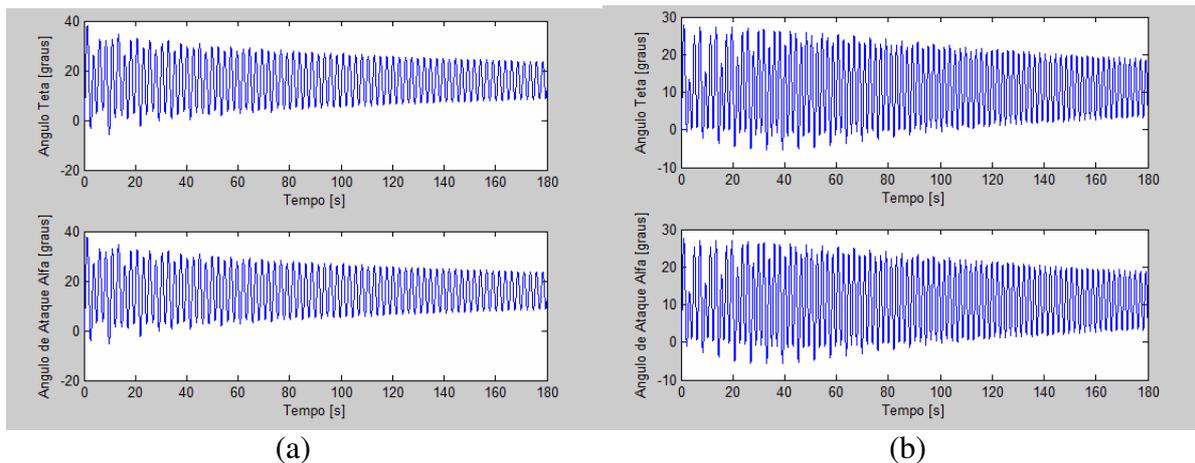
Dados obtidos:

- Tempo para estabilização da posição do alvo (X e Z): aprox. 150 s
- Tempo para estabilização dos ângulos de arfagem e de ataque ( $\theta$  e  $\alpha$ ): maior que 180 s
- Ângulos  $\theta$  e  $\alpha$  de pico: aprox.  $2^\circ$  e  $1,5^\circ$ , respectivamente.

### 3.4.2.3 Resultados – Condições 3, 4 e 5



**Figura 6**– Variação dos ângulos  $\theta$  e  $\alpha$  em função do tempo na Condição 3.



**Figura 7**– Variação dos ângulos  $\theta$  e  $\alpha$  em função do tempo. (a) Condição 4; (b) Condição 5.

#### 3.4.2.4 Análise dos Resultados

Na Condição 1, o alvo atinge o ponto de equilíbrio mais rapidamente que na Condição 2, devido à velocidade maior gerar uma maior pressão dinâmica no alvo, tornando o momento de arfagem aerodinâmico mais intenso. Observa-se na Condição 2 que os ângulos  $\theta$  e  $\alpha$  encontram uma maior dificuldade para estabilizar, também devido ao momento aerodinâmico gerado ser menor.

Nas Condições 3, 4 e 5, os resultados mostram que o alvo provavelmente entraria em estol nestas condições de voo: os ângulos atingidos são superiores a  $15^\circ$ . No caso 4, a velocidade baixa aliada à posição deslocada do  $X_c$  faz com que a pressão dinâmica não conceda um momento restaurador suficiente para equilibrar o momento do cabo. Na Condição 5, apesar de a velocidade de voo ser maior, a diminuição da densidade devido à alta altitude não fornece pressão dinâmica suficiente, gerando um efeito análogo ao da redução de velocidade.

#### 4. Conclusões

Neste trabalho construímos uma simulação baseada nas equações que definem as posições e velocidades do alvo. Desta forma, foi possível diretamente obter várias informações a respeito das influências de fatores como altitude, velocidade de voo e ponto de fixação da corda sobre o comportamento do alvo. As simulações também mostraram que dependendo da combinação de altitude, velocidade de voo e ponto de fixação da corda, o alvo pode não conseguir convergir para um ponto de equilíbrio, pois os ângulos  $\theta$  são maiores que o ângulo

de estol. Isso mostra que a margem estática do alvo influencia diretamente no seu envelope de voo. Por fim, as simulações dinâmicas mostraram que, ainda que determinadas condições de voo possuam uma condição de equilíbrio possível (sem exceder ângulo de estol), seu comportamento dinâmico pode ser indesejável em termos de excesso de oscilação de ângulo de ataque, como visto nas condições 3, 4 e 5 (Figuras 6 e 7).

## Referências

- AIR AFFAIRS AUSTRALIA. **Target Towing**. Disponível em [http://www.airaffairs.com.au/target\\_towing.html](http://www.airaffairs.com.au/target_towing.html)>. Acesso em 30 jun 2013.
- ANDERSON JR., J.D. **Fundamentals of aerodynamics**. 3. ed. Boston, MA: McGraw-Hill, 2001. 892 p. (McGraw-Hill series in Aeronautical and Aerospace Engineering). ISBN 0-07-237335-0.
- AULD, D.J.; SRINIVAS, K. **Aerodynamics for Students**, University of Sydney, [200?], Disponível em : <[http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal\\_dvd\\_only/aero/atmos/atmos.html](http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal_dvd_only/aero/atmos/atmos.html)>. Acesso em 19 fev 2014.
- BLAKE, W.B. **Missile Datcom: User's Manual**. 1997 FORTRAN 90 REVISION, Ohio, Estados Unidos, Wright-Patterson Air Force Base, 1998
- HAYES INTERNATIONAL CORPORATION. **Hayes Universal Tow Target System (HUTTS)**: Tow Target Description. Leeds, AL, Estados Unidos: Hayes International Corporation, Targets Division, [199-?]. 49p. Manual de descrição do Sistema de Alvos HUTTS.
- LAMA, L.F.M.G. Estudo da Estabilidade em Voo de um Alvo Aéreo Rebocado por uma Aeronave Mãe. In: Encontro de Iniciação Científica do IAE, 9., 2013, São José dos Campos. **Anais...** São José dos Campos: IAE, 2013. Disponível em: <[http://www.iae.cta.br/pibic/relatorios/ENIC\\_2013/Luis%20Fernando%20Marcondes%20Garrzon%20Lama.pdf](http://www.iae.cta.br/pibic/relatorios/ENIC_2013/Luis%20Fernando%20Marcondes%20Garrzon%20Lama.pdf)>. Acesso em 19 fev 2014.
- LUCAS, M.A. et al. **The Radar Cross Sections of Hayes TRX-11, TPT-5<sup>a</sup> and TPT-5L Towed Targets**. Melbourne: Australian Government Publishing Service, 1992 (AD-A260 095).
- SCHMAEDECKE, A.L.; ESTEVES, C.H.M.S.; DUARTE, G.F.R. **Simulações Balísticas** fev. a jul. 2013. Notas de aula da disciplina AA-805 do Curso de Extensão em Armamento Aéreo. Arquivo em Powerpoint.
- UNICAMP. **Propriedade dos Materiais**. Notas de Aula, [201?]. Disponível em: <[http://webensino.unicamp.br/disciplinas/EM423-056120/apoio/3/propriedades\\_dos\\_materiais\\_EM\\_423\\_UNICAMP.pdf](http://webensino.unicamp.br/disciplinas/EM423-056120/apoio/3/propriedades_dos_materiais_EM_423_UNICAMP.pdf)> Acesso em 19 fev 2014.